PART6 放物線の平行移動

要点① 放物線の平行移動

2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフを，放物線 $y=ax^2+bx+c$ ということがある。また，$y=ax^2+bx+c$ を放物線の方程式という。

放物線 $y=ax^2+bx+c$，$y=ax^2+b'x+c'$ は，ともに放物線 $y=ax^2$ を平行移動したものである。したがって，以下のことがいえる。

放物線の平行移動

x^2 の係数が同じ2つの放物線 $y=ax^2+bx+c$，$y=ax^2+b'x+c'$ は，一方を平行移動すると，もう一方に重ねることができる。

例 放物線 $y=2x^2-4x+3$ を，x 軸方向に -2，y 軸方向に1だけ平行移動した放物線の方程式を求める。

$$y=2x^2-4x+3$$
$$=2(x^2-2x)+3$$
$$=2\{(x-1)^2-1\}+3$$
$$=2(x-1)^2+1$$

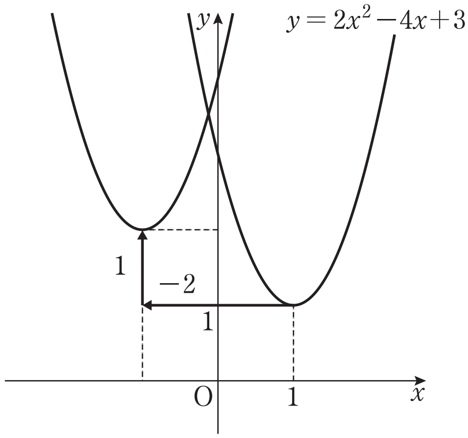
よって，この放物線の頂点は点 $(1,\ 1)$

この放物線を，x 軸方向に -2，y 軸方向に1だけ平行移動すると，その頂点は点 (　，　) に移動する。

また，平行移動しても x^2 の係数は変わらない。

よって，求める放物線の方程式は

$$y=\quad(x\quad)^2$$



例 放物線 $y=-x^2-4x-2$ ……① を平行移動して放物線 $y=-x^2+2x-2$ ……② に重ねるには，どのように平行移動すればよいか求める。

①を変形すると

$$y=-x^2-4x-2$$

$=-(x^2+4x)-2$

$=-\{(x+2)^2-4\}-2$

$=-(x+2)^2+2$

①の頂点は 点 $(-2,\ 2)$

②を変形すると

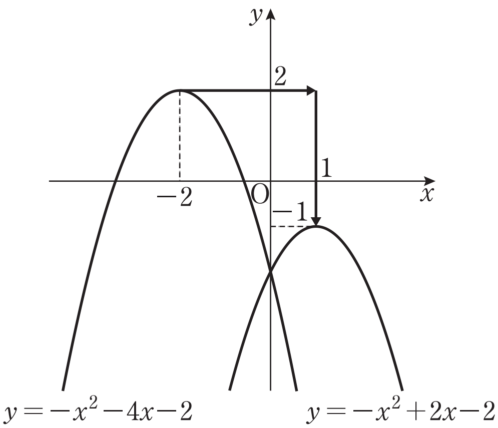
$y=-x^2+2x-2$

$=-(x^2-2x)-2$

$=-\{(x-1)^2-1\}-2$

$=-(x-1)^2-1$

②の頂点は点 $(1,\ -1)$



よって，点 $(-2,\ 2)$ が，点 $(1,\ -1)$ に重なるように平行移動すればよい。

したがって，①のグラフを

x 軸方向に　，y 軸方向に

だけ平行移動すれば，②のグラフに重なる。

6 (1) 放物線 $y=2x^2-8x+5$ を，x 軸方向に 2，y 軸方向に 3 だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

(2) 放物線 $y=x^2-2x+3$ を平行移動して放物線 $y=x^2+6x+3$ に重ねるには，どのように平行移動すればよいか。

Point Pickup

放物線の平行移動

放物線の平行移動は，「　　　　」の移動に注目する。

平行移動しても，x^2 の係数は変わらない。

第 7 講　PART6 確認問題

1 放物線 $y=-x^2+4x-3$ を x 軸方向に 2，y 軸方向に -3 だけ平行移動すると，放物線

$y=$ [ア] x^2+ [イ] $x-$ [ウエ] に重なる。

2 放物線 $y=x^2+2x+3$ を x 軸方向に [オ]，y 軸方向に [カ] だけ平行移動すると，放物線 $y=x^2-4x+7$ に重なる。

PART6 放物線の平行移動

6 (1) 放物線 $y=2x^2-8x+5$ を，x 軸方向に 2，y 軸方向に 3 だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

(2) 放物線 $y=x^2-2x+3$ を平行移動して放物線 $y=x^2+6x+3$ に重ねるには，どのように平行移動すればよいか。

[解答]

(1) $y=2x^2-8x+5$

$=2(x^2-4x)+5$

$=2\{(x-2)^2-4\}+5$

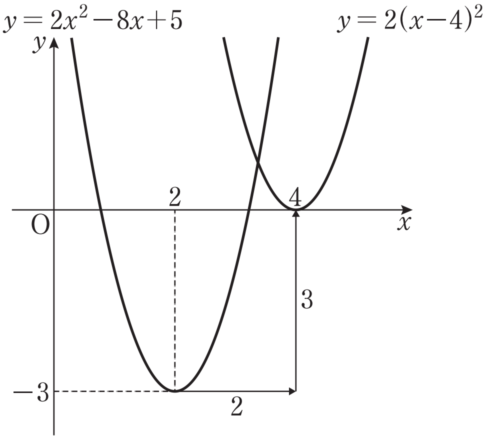
$=2(x-2)^2-3$

よって，この放物線の頂点は点 $(2,\ -3)$

この放物線を，x 軸方向に 2，y 軸方向に 3 だけ平行移動すると，その頂点は点 $(4,\ 0)$ に移動する。

よって，求める放物線の方程式は

$y=2(x-4)^2$ $(=2x^2-16x+32)$



(2) $y=x^2-2x+3$ …… ① を変形すると

$y=x^2-2x+3$

$=(x-1)^2+2$

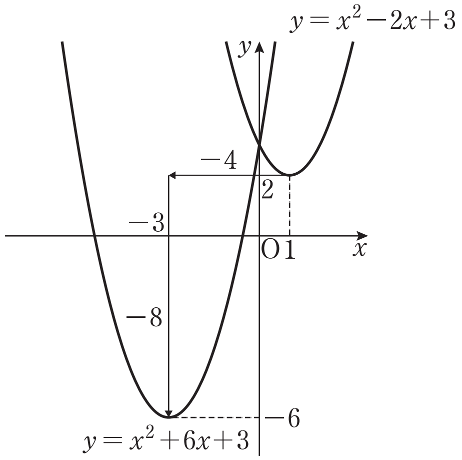
①の頂点は点 $(1,\ 2)$

$y=x^2+6x+3$ …… ②を変形すると

$y=x^2+6x+3$

$=(x+3)^2-6$

②の頂点は点 $(-3,\ -6)$



よって，点 $(1,\ 2)$ が，点 $(-3,\ -6)$ に重なるように平行移動すればよい。

したがって，①のグラフを，x 軸方向に -4，y 軸方向に -8 だけ平行移動すればよい。

第 7 講　PART6 確認問題 解答

1

[正解] ア：$-$，イ：8，ウエ：18

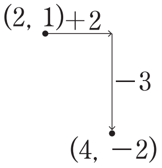
[解説]

$$y=-x^2+4x-3$$
$$=-(x-2)^2+1$$

より，頂点は点(2，1)

この放物線を x 軸方向に 2，y 軸方向に -3 だけ平行移動すると，

頂点(2，1)は点(4，-2)に移動する。[A]



求める放物線の方程式は，

$$y=-(x-4)^2-2 \quad \text{[B]}$$

すなわち，$\boldsymbol{y=-x^2+8x-18}$

[A]　頂点の座標を求め，頂点の移動を考える。

[B]　x^2 の係数は，元の式と同じ -1 である。

2

[正解] オ：3，カ：1

[解説]

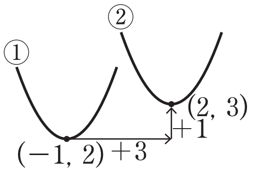
$$y=x^2+2x+3 \quad \cdots\cdots①$$
$$=(x+1)^2+2$$

①の頂点は，点(-1，2) [C]

$$y=x^2-4x+7 \quad \cdots\cdots②$$
$$=(x-2)^2+3$$

②の頂点は，点(2，3)

点(-1，2)を点(2，3)に移動するには，x 軸方向に 3，y 軸方向に 1 だけ平行移動すればよい。[D]



よって，放物線①を x 軸方向に **3**，y 軸方向に **1** だけ平行移動すれば，放物線②に重なる。

[C]　2 つの放物線の頂点の座標を求める。

[D]　頂点の移動を考える。